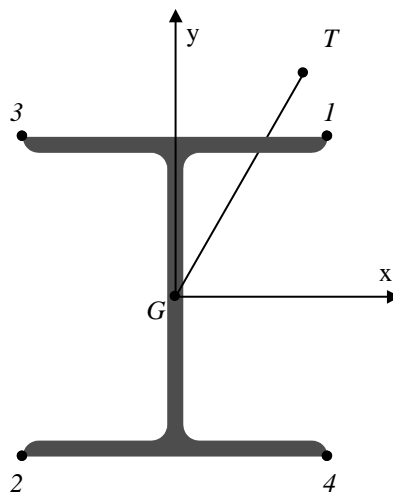


Ejercicio N° 3- Enunciado

La estructura de acero, construida de perfil doble te de alas anchas que se indica en la figura 3.1, está sometida a una carga de compresión aplicada en el punto T :

**Figura 3.1**

Perfil	x_T	y_T	P
N°	cm	cm	kN
30	10	20	-300

Tabla 3.1

Se solicita:

1. Calcular las tensiones en los puntos 1, 2, 3 y 4
2. Determinar analíticamente la posición del eje neutro y su pendiente
3. Trazar el diagrama de tensiones aplicando la circunferencia de Mohr y verificar los valores obtenidos.
Realizar un cuadro comparativos de valores

Ejercicio N°3 – Resolución**1. Cálculo de las tensiones en los puntos 1, 2, 3 y 4**

En primer lugar, de acuerdo con la respectiva tabla 3.2 de perfiles,

$$h = b = 30 \cdot \text{cm}$$

$$F = 149 \cdot \text{cm}^2$$

$$J_x = 25170 \cdot \text{cm}^4$$

$$J_y = 8560 \cdot \text{cm}^4$$

Por otro lado, de acuerdo con las condiciones de carga, y con que los ejes de referencia coinciden con los ejes principales de inercia, resulta útil aplicar las siguientes expresiones:

Punto 1(15 15)

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(1)} &= -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_T}{J_x} \cdot y_1 - \frac{P \cdot x_T}{J_y} \cdot x_1 \\ \sigma_z^{(1)} &= -\frac{300}{149} - \frac{300 \cdot 20}{25170} \cdot 15 - \frac{300 \cdot 10}{8560} \cdot 15 \\ \sigma_z^{(1)} &= -2,01 - 3,58 - 5,26 \\ \sigma_z^{(1)} &= -10,85 \cdot \text{kN/cm}^2\end{aligned}$$

Punto 2(-15 -15)

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(2)} &= -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_T}{J_x} \cdot y_2 - \frac{P \cdot x_T}{J_y} \cdot x_2 \\ \sigma_z^{(2)} &= -\frac{300}{149} - \frac{300 \cdot 20}{25170} \cdot (-15) - \frac{300 \cdot 10}{8560} \cdot (-15) \\ \sigma_z^{(2)} &= -2,01 + 3,58 + 5,26 \\ \sigma_z^{(2)} &= 6,83 \cdot \text{kN/cm}^2\end{aligned}$$

Punto 3(-15 15)

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(3)} &= -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_T}{J_x} \cdot y_3 - \frac{P \cdot x_T}{J_y} \cdot x_3 \\ \sigma_z^{(3)} &= -\frac{300}{149} - \frac{300 \cdot 20}{25170} \cdot 15 - \frac{300 \cdot 10}{8560} \cdot (-15) \\ \sigma_z^{(3)} &= -2,01 - 3,58 + 5,26 \\ \sigma_z^{(3)} &= -0,33 \cdot \text{kN/cm}^2\end{aligned}$$

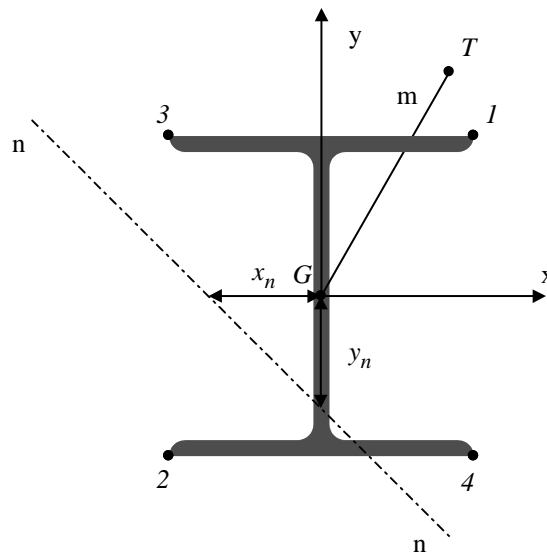
Punto 4(15 -15)

$$\sigma_z^{(4)} = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_T}{J_x} \cdot y_4 - \frac{P \cdot x_T}{J_y} \cdot x_4$$

$$\sigma_z^{(4)} = -\frac{300}{149} - \frac{300 \cdot 20}{25170} \cdot (-15) - \frac{300 \cdot 10}{8560} \cdot 15$$

$$\sigma_z^{(4)} = -2,01 + 3,58 - 5,26$$

$$\sigma_z^{(4)} = -3,69 \cdot \text{kN/cm}^2$$

2. Determinación analítica de la posición del eje neutro y su pendiente**2.1. Cálculo de la posición del eje neutro****Figura 3.2**

$$x_T = 10 \cdot \text{cm} \quad J_x = 25170 \cdot \text{cm}^4$$

$$y_T = 20 \cdot \text{cm} \quad J_y = 8560 \cdot \text{cm}^4$$

Teniendo en cuenta que:

$$x_T \cdot x_n = -i_y^2 \quad x_n = -\frac{i_y^2}{x_T}$$

$$y_T \cdot y_n = -i_x^2 \quad y_n = -\frac{i_x^2}{y_T}$$

y siendo

$$i_y^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{8560}{149} = 57,45 \cdot \text{cm}^4$$

$$i_x^2 = \frac{J_x}{F} = \frac{25170}{149} = 168,93 \cdot \text{cm}^4$$

se llega a que

$$x_n = -\frac{i_y^2}{x_T} = -\frac{57,45}{10}$$

$$x_n = -5,75 \cdot cm$$

$$y_n = -\frac{i_x^2}{y_T} = -\frac{168,93}{20}$$

$$y_n = -8,45 \cdot cm$$

2.2. Cálculo de la pendiente del eje neutro

La expresión a aplicar es:

$$\tan(\beta) = -\frac{J_x}{J_y} \cdot \cot(\alpha)$$

siendo

$$\cot(\alpha) = \frac{x_T}{y_T} = \frac{10}{20} = 0,50$$

Se determina que

$$\beta = \tan^{-1} \left(-\frac{J_x}{J_y} \cdot \cot(\alpha) \right) = \tan^{-1} \left(-\frac{25170}{8560} \cdot 0,50 \right)$$

$$\beta = -55^\circ \quad 47'$$

Por otro lado,

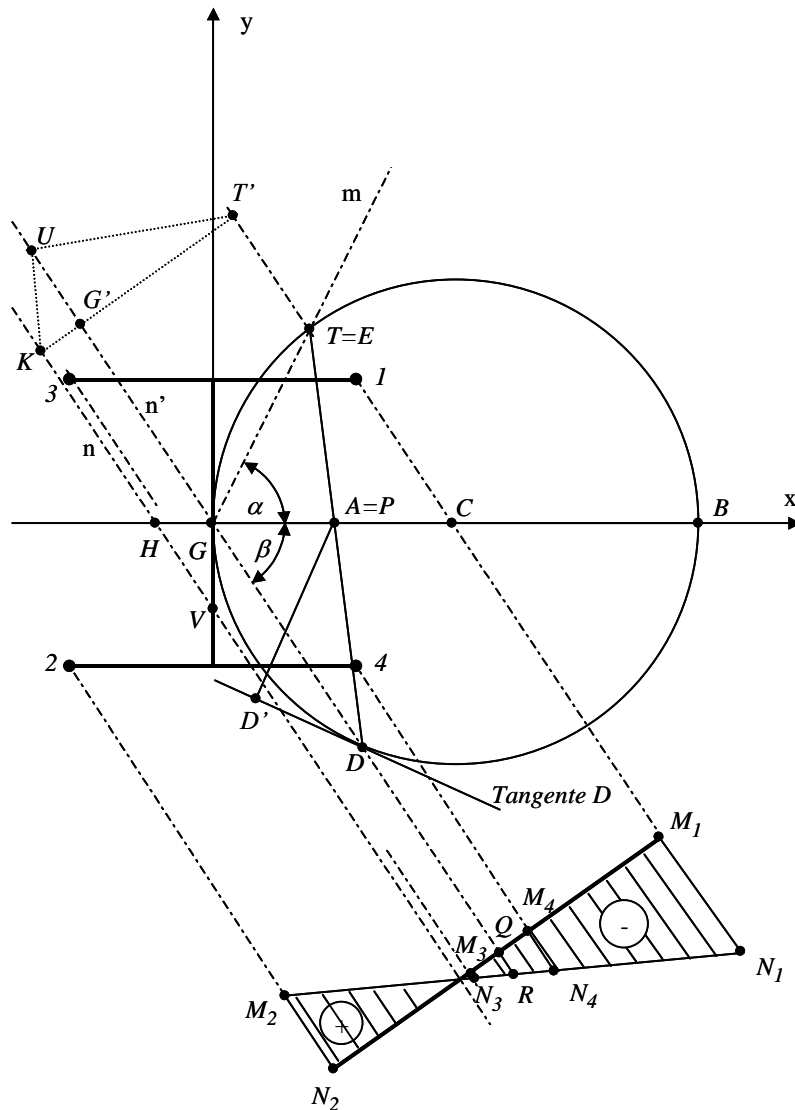
$$J_{n'} = J_x \cdot \cos^2(\beta) + J_y \cdot \sin^2(\beta) - J_{xy} \cdot \sin(2 \cdot \beta)$$

$$J_{n'} = 25170 \cdot \cos^2(-55^\circ \quad 47') + 8560 \cdot \sin^2(-55^\circ \quad 47') - 0 \cdot \sin(2 \cdot (-55^\circ \quad 47'))$$

$$J_{n'} = 7961 + 5853$$

$$J_{n'} = 13814 \cdot cm^4$$

3. Circunferencia de Mohr



$$Esc_L = 7,5 \cdot cm/cm$$

$$Esc_J = 5000 \cdot cm^4/cm$$

$$Esc_σ = 5,5 \cdot kN \cdot cm^{-2}/cm$$

Datos

$$\overline{GA} = J_y = 8560 \cdot cm^4$$

$$\overline{AB} = J_x = 25170 \cdot cm^4$$

$$\overline{GT}(x_T, y_T) = (10 \ 20) \cdot cm$$

$$\overline{UG}' = i_n' = 9,62 \cdot cm$$

$$\overline{QR} = \sigma_z^{(G)} = -2,01 \cdot kN/cm^2$$

Resultados

$$\overline{GH} = x_n = -5,8 \cdot cm$$

$$\overline{GV} = y_n = -8,5 \cdot cm$$

$$\beta = -55^\circ$$

$$\overline{M_1N_1} = \sigma_z^{(1)} = -10,8 \cdot kN/cm^2$$

$$\overline{M_2N_2} = \sigma_z^{(2)} = 6,8 \cdot kN/cm^2$$

$$\overline{M_3N_3} = \sigma_z^{(3)} = -0,3 \cdot kN/cm^2$$

$$\overline{M_4N_4} = \sigma_z^{(4)} = -3,7 \cdot kN/cm^2$$

$$\overline{D'P} = J_{n'} = 13800 \cdot cm^4$$

$$i_{n'} = \sqrt{\frac{J_{n'}}{F}} = \sqrt{\frac{13800}{149}} = 9,62 \cdot cm$$

Figura 3.3

Cuadro comparativo de valores:

Analíticamente							Circunferencia de Mohr						
$\sigma_z^{(1)}$	$\sigma_z^{(2)}$	$\sigma_z^{(3)}$	$\sigma_z^{(4)}$	x_n	y_n	β	$\sigma_z^{(1)}$	$\sigma_z^{(2)}$	$\sigma_z^{(3)}$	$\sigma_z^{(4)}$	x_n	y_n	β
kN/cm^2	kN/cm^2	kN/cm^2	kN/cm^2	cm	cm		kN/cm^2	kN/cm^2	kN/cm^2	kN/cm^2	cm	cm	
-10,85	6,83	-0,33	-3,69	-5,75	-8,45	-55°47'	-10,8	6,8	-0,3	-3,7	-5,8	-8,5	-55

2.2.1.2. Vigas I de ala ancha y caras paralelas ¹⁾ — Serie **IPB** — (laminadas en caliente)
 Vigas I de ala ancha taluzadas interiormente — Serie **IB** — (laminadas en caliente)
 según DIN 1026 hoja 2, Edición octubre 1963

Serie **IPB**

con alas de caras paralelas

Serie **IB**

con alas taluzadas interiormente

F = Sección
 G = Peso
 U = Superficie exterior por m de longitud
 J = Momento de inercia
 W = Momento resistente
 $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ = radio de giro
 S_x = Momento estático de la sección de media I
 $s_x = \frac{J_x}{S_x}$ = separación entre los centros de tracción y compresión

referidos al correspondiente eje de flexión

Datos sobre largos, ejemplos de designación, ejemplos de pedido, y tolerancias admisibles, ver capítulo 2.9.

Material : Preferentemente calidades de acero según DIN 17 100

De- sig- na- ción	Dimensiones en mm para						F cm ²	G kg/m	U m ² /m	Referido al eje de flexión									S_x cm ³	s_x cm
	h	b	s	t	r_1 resp. r_2	r_3				J_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	J_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm					

IPB Vigas I de ala ancha de caras paralelas - Serie **IPB**
(La serie **IPB** corresponde a la serie B (abreviatura HE...B), según la EURO-norma 53-62)

100	100	100	6	10	12	—	26,0	20,4	0,567	450	89,9	4,16	167	33,5	2,53	52,1	8,63
120	120	120	6,5	11	12	—	34,0	26,7	0,686	864	144	5,04	318	52,9	3,06	82,6	10,5
140	140	140	7	12	12	—	43,0	33,7	0,805	1510	216	5,93	550	78,5	3,58	123	12,3
160	160	160	8	13	15	—	54,3	42,6	0,918	2490	311	6,78	889	111	4,05	177	14,1
180	180	180	8,5	14	15	—	65,3	51,2	1,04	3830	426	7,66	1360	151	4,57	241	15,9
200	200	200	9	15	18	—	78,1	61,3	1,15	5700	570	8,54	2000	200	5,07	321	17,7
220	220	220	9,5	16	18	—	91,0	71,5	1,27	8090	736	9,43	2840	258	5,59	414	19,6
240	240	240	10	17	21	—	106	83,2	1,38	11260	938	10,3	3920	327	6,08	527	21,4
260	260	260	10	17,5	24	—	118	93,0	1,50	14920	1150	11,2	5130	395	6,58	641	23,3
280	280	280	10,5	18	24	—	131	103	1,62	19270	1380	12,1	6590	471	7,09	767	25,1
300	300	300	11	19	27	—	149	117	1,73	25170	1680	13,0	8560	571	7,58	934	26,9
320	320	300	11,5	20,5	27	—	161	127	1,77	30820	1930	13,8	9240	616	7,57	1070	28,7
340	340	300	12	21,5	27	—	171	134	1,81	36660	2160	14,6	9690	646	7,53	1200	30,4
360	360	300	12,5	22,5	27	—	181	142	1,85	43190	2400	15,5	10140	676	7,49	1340	32,2
400	400	300	13,5	24	27	—	198	155	1,93	57680	2880	17,1	10820	721	7,40	1620	35,7
450	450	300	14	26	27	—	218	171	2,03	79890	3550	19,1	11720	781	7,33	1990	40,1
500	500	300	14,5	28	27	—	239	187	2,12	107200	4290	21,2	12620	842	7,27	2410	44,5
550	550	300	15	29	27	—	254	199	2,22	136700	4970	23,2	13080	872	7,17	2800	48,9
600	600	300	15,5	30	27	—	270	212	2,32	171000	5700	25,2	13530	902	7,08	3210	53,2
650	650	300	16	31	27	—	286	225	2,42	210600	6480	27,1	13980	932	6,99	3660	57,5
700	700	300	17	32	27	—	306	241	2,52	256900	7340	29,0	14440	963	6,87	4160	61,7
800	800	300	17,5	33	30	—	334	262	2,71	359100	8980	32,8	14900	994	6,68	5110	70,2
900	900	300	18,5	35	30	—	371	291	2,91	494100	10980	36,5	15820	1050	6,53	6290	78,5
1000	1000	300	19	36	30	—	400	314	3,11	644700	12890	40,1	16280	1090	6,38	7430	86,8

IB Vigas I de ala tazulada interiormente - Serie **IPB**

100	100	100	7,5	10,25	10	1,5	26,8	21,0	0,556	447	89,4	4,09	151	30,1	2,37	53	8,4
120	120	120	8	11	11	1,5	34,6	27,2	0,665	852	142	4,96	276	46,0	2,82	82	10,4
140	140	140	8	12	12	—	43,3	34,0	0,780	1490	213	5,86	475	67,8	3,31	122	12,2
160	160	160	9	14	14	—	57,4	45,0	0,888	2580	322	6,70	831	104	3,81	184	14,0
180	180	180	9	14	14	—	64,7	50,8	1,018	3750	417	7,62	1170	130	4,25	237	15,9

¹⁾ Vigas I de ala ancha de caras paralelas. Serie ligera. — Serie **IPBL**, ver cap. 2.2.1.3.

Vigas I de ala ancha de caras paralelas. Serie reforzada. — Serie **IPBV**, ver cap. 2.2.1.4.

Tabla 3.2
 Perfiles doble té de ala ancha